

Prof. Dr. Alfred Toth

Kartesische Produktbildung mit P-Zahlen

1. Gehen wir aus von der von Bense (1975, S. 37) eingeführten semiotischen 3×3 -Matrix

	1	2	3
1	1.1	1.2	1.3
2	2.1	2.2	2.3
3	3.1	3.2	3.3

Wir finden zwei Arten von kartesischen Produkten:

1. Identische Relationen: (1.1), (2.2), (3.3)

2. Duale Relationen: (1.2) und (2.1), (1.3) und (3.1), (2.3) und (3.2).

Die identischen Relationen werden als selbstdual aufgefaßt.

Inhaltlich gesehen ist diese klassische, d.h. rein quantitative, Bestimmung fragwürdig, denn warum sollte das duale Gegenstück zu einem Sinzeichen ein Icon oder das duale Gegenstück zu einem Legizeichen ein Rhema sein? Allerdings sind die Bedenken nicht nur inhaltlicher, sondern auch formaler Natur.

2. Wie wir z.B. in Toth (2025a) gesehen haben, tritt jede dyadische P-Zahlen-Relation in vierfacher Gestalt auf. Nehmen wir als Beispiel das Subzeichen (1.3):

$(1_A / 3_I)$ $(1_I / 3_A)$

$(1_I \setminus 3_A)$ $(1_A \setminus 3_I)$,

wobei die „klassischen“ Relationen, für die also die Form der Einbettung bijektiv auf $S = (A, I)$ abbildbar ist, $(1_A / 3_I)$ und $(1_I / 3_A)$ sind, d.h. „Außen von Außen“ und „Innen von Innen“. Dagegen ist $(1_I \setminus 3_A)$ „Innen von Außen“ und $(1_A \setminus 3_I)$ „Außen von Innen“.

3. Was die Abbildung der monadischen, d.h. Primzeichenrelation $P = (1, 2, 3)$ (vgl. Bense 1980) auf sich selbst betrifft, so gibt es im Rahmen der P-Zahlentheorie drei Möglichkeiten.

1. Konkatenation (vgl. Bense 1975, S. 127)

$(1 \rightarrow 3) \circ (1 \rightarrow 3)$

mit dem Heteromorphismus

$$\xi_1 : (3 \leftarrow 1).$$

2. Overlapping (vgl. Toth 2025b)

$$(1 \rightarrow 3) \circ (1 \rightarrow 3)$$

mit dem Heteromorphismus

$$\xi_2 = \xi_1 : (3 \leftarrow 1).$$

3. Identitätsabbildung (vgl. Toth 2025c)

$$(1 \rightarrow 1) \circ (3 \rightarrow 3)$$

mit dem Heteromorphismus

$$\xi_3 : (1 \leftarrow 3).$$

Da die Kategorienklasse bereits von Peirce als „Klasse der genuinen Kategorien“ bezeichnet wurde und die Determinante der semiotischen Matrix als „Erzeugende“ aller nicht selbstdualen Subzeichen aufgefaßt werden kann (vgl. Bense 1992, S. 31 f.), ist Variante 3 zu bevorzugen. Bei den beiden monadischen Relationen 1 und den beiden monadischen Relationen 3 können dann jeweils die 4 topologischen Varianten, die wir oben aufgezeigt hatten, eingesetzt werden, so daß sich für jede dyadische Relation $4^4 = 256$ kartesische Produkte, d.h. Subzeichen ergeben.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Vermittlung der Realitäten. Baden-Baden 1976

Bense, Max, Die Einführung der Primzeichen. In: *Ars Semeiotica* III/3, 1980, S. 287-294

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Toth, Alfred, Diamonds komplexer P-Zahlen. In: *Electronic Journal for Mathematical Semiotics*, 2025a

Toth, Alfred, Konkatenation und Überlappung. In: *Electronic Journal for Mathematical Semiotics*, 2025b

Toth, Alfred, P-Zahlen als Ordinalzahlen. In: *Electronic Journal for Mathematical Semiotics*, 2025c

27.4.2025